تعريف العدد المركب : Z عدد مركب معناه : $Z=x+iy$

حيث $x,y\in\Re$ و $i^2=-1$ وتسمى هذه الكتابة بالكتابة الجبرية لـ Z ، x يسمى بالجزء الحقيقي لـ Z ونرمز له بالرمز: $\text{Re}(Z)$ و y يسمى بالجزء التخيلي لـ Z ونرمز له بالرمز : $\text{Im}(Z)$

خواص العدد المركب :

Z حقيقي $\Leftrightarrow \text{Im}(Z)=0$ ، Z تخيلي $\Leftrightarrow \text{Re}(Z)=0$

$Z=Z' \Leftrightarrow \text{Re}(Z)=\text{Re}(Z')$ و $\text{Im}(Z)=\text{Im}(Z')$

$Z=0 \Leftrightarrow \text{Re}(Z)=0$ و $\text{Im}(Z)=0$

تمثيل العدد المركب في المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{I},\vec{J})$:

لكل عدد مركب Z / $Z=x+iy$ نقطة في المستوي $M(x,y)$ تسمى صورة Z ويسمى Z لاحقة النقطة M .

يوضح الشكل المقابل تمثيل العدد المركب Z وصورته M :

الشعاع $\overrightarrow{OM}$ يمثل Z.

$\|\overrightarrow{OM}\|$ يمثل طويلة Z ونرمز لها بالرمز $|Z|$ حيث $|Z|=\sqrt{x^2+y^2}$

قيس الزاوية الموجهة $(\vec{I},\overrightarrow{OM})$ أي θ تسمى عمدة Z ونرمز لها بالرمز $Arg(Z)$.

الشكل المثلثي للعدد المركب Z : لاحظ:

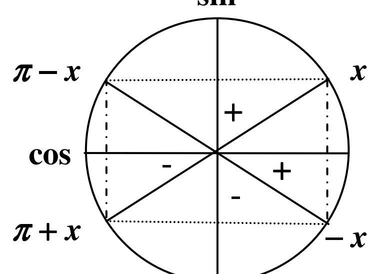
$$Z=x+iy=|Z|\left(\frac{x}{|Z|}+i\frac{y}{|Z|}\right)=|Z|(Cos\theta+iSin\theta)$$

$Z=|Z|(Cos\theta+iSin\theta)$ يسمى الشكل المثلثي للعدد المركب Z ونرمز له بالرمز: $Z=[r;\theta]$ / $r=|Z|$

لإيجاد **الشكل المثلثي** للعدد المركب Z / $Z=x+iy$ نتبع ما يلي :

$$\begin{cases}Cos\theta=\dfrac{x}{r}\\ Sin\theta=\dfrac{y}{r}\end{cases}\Leftrightarrow \theta=Arg(Z) \text{ ، } r=|Z|=\sqrt{x^2+y^2}$$

لإيجاد θ نستعين بما يلي :



x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

مرافق عدد مركب : $\overline{Z}=x-iy \Leftrightarrow Z=x+iy$

خواص طويلة وعمدة ومرافق عدد مركب :

$Z-\overline{Z}=2iy$	$\overline{Z\pm Z'}=\overline{Z}\pm\overline{Z'}$	
$Z\overline{Z}=\lvert Z\rvert^2=x^2+y^2$	$\overline{Z\times Z'}=\overline{Z}\times\overline{Z'}$	
Z حقيقي $\Leftrightarrow Z=\overline{Z}$	$\overline{\left(\frac{1}{Z'}\right)}=\frac{1}{\overline{Z'}}$	$\overline{\left(\frac{Z}{Z'}\right)}=\frac{\overline{Z}}{\overline{Z'}}$
Z تخيلي $\Leftrightarrow Z=-\overline{Z}$	$Z+\overline{Z}=2x$	$\overline{(Z^n)}=(\overline{Z})^n$

MEBARKI 2016

$\lvert Z^n\rvert=\lvert Z\rvert^n$	$\lvert -Z\rvert=\lvert Z\rvert$	$\lvert Z\times Z'\rvert=\lvert Z\rvert\times\lvert Z'\rvert$
$\left\lvert\frac{1}{Z}\right\rvert=\frac{1}{\lvert Z\rvert}$	$\lvert\overline{Z}\rvert=\lvert Z\rvert$	$\left\lvert\frac{Z}{Z'}\right\rvert=\frac{\lvert Z\rvert}{\lvert Z'\rvert}$

MEBARKI 2016

$Arg(Z\times Z')=Arg(Z)+Arg(Z')$	
$Arg\left(\frac{1}{Z}\right)=-Arg(Z)$	$Arg\left(\frac{Z}{Z'}\right)=Arg(Z)-Arg(Z')$
$Arg(\overline{Z})=-Arg(Z)$	$Arg(Z^n)=nArg(Z)$

MEBARKI 2016

$[r;\theta]^n=[r^n;n\theta]$	$[r;\theta]\times[r';\theta']=[rr';\theta+\theta']$
$\frac{1}{[r;\theta]}=\left[\frac{1}{r};-\theta\right]$	$\frac{[r;\theta]}{[r';\theta']}=\left[\frac{r}{r'};\theta-\theta'\right]$
$-[r;\theta]=[r;\pi+\theta]$	$[r;\theta]\times[r';\theta]=[rr';\theta+\theta']$

الشكل المثلثي لبعض الأعداد المركبة :

x سالب / $Z=x=[\lvert x\rvert;\pi]$	x موجب / $Z=x=[x;0]$
y سالب / $Z=iy=\left[\lvert y\rvert;-\frac{\pi}{2}\right]$	y موجب / $Z=iy=\left[y;\frac{\pi}{2}\right]$

الشكل الأسي للعدد المركب Z : $Z=x+iy=[r;\theta]=re^{i\theta}$

الأشعة والأطوال والزوايا الموجهة بالأعداد المركبة :

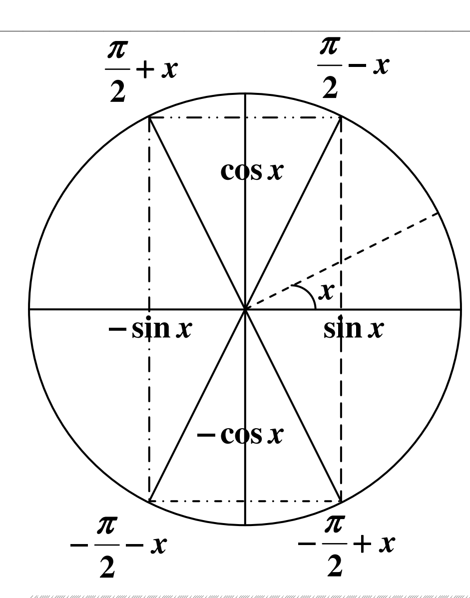
الكتابة المركبة	الطول أو الشعاع او الزاوية الموجهة
Z_B-Z_A	$\overrightarrow{AB}$
$\lvert Z_B-Z_A\rvert$	AB
$\frac{Z_D-Z_C}{Z_B-Z_A}$	$(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{CD})$

مجموعة النقط :

$ax+by+c=0$ ، $y=ax+b$ ، $x=a$ ، $y=b$ معادلات مستقيمات	
$AM=K$ دائرة مركزها A ونصف قطرها K	
$[AB]$ محور القطعة	$AM=BM$
$x^2+y^2+ax+by+c=0$: دائرة أو نقطة أو مجموعة خالية	

المرجح : G مرجح $\{(A;\alpha),(B;\beta),(C;\delta)\}$ معناه :

$$Z_G=\frac{\alpha Z_A+\beta Z_B+\delta Z_C}{\alpha+\beta+\delta}\ /\ \alpha+\beta+\delta\neq 0$$



MEBARKI 2016

$\cos x = 0$	$\sin x = 0$
عدد صحيح k / $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$	عدد صحيح k / $x = k\pi$

MEBARKI 2016

$\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = \cos x$	$\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = \sin x$
$\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right) = \cos x$	$\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right) = -\sin x$
$\sin\left(-\frac{\pi}{2}-x\right) = -\cos x$	$\cos\left(-\frac{\pi}{2}-x\right) = -\sin x$
$\sin\left(-\frac{\pi}{2}+x\right) = -\cos x$	$\cos\left(-\frac{\pi}{2}+x\right) = \sin x$

كيفية إيجاد الجذر التربيعي لعدد مركب Z حيث : $Z = x + iy$:



نفرض $\delta = \alpha + i\beta$ الجذر التربيعي لـ Z ومنه : $\delta^2 = Z$ ومنه :

$$\begin{cases} \alpha^2 + \beta^2 = |Z| \\ \alpha^2 - \beta^2 = x \\ 2\alpha\beta = y \end{cases}$$

حل المعادلات من الدرجة الثانية :

لحل المعادلة : $aZ^2 + bZ + c = 0$ حيث a ، b ، c أعداد مركبة و $a \neq 0$ نقوم بحساب Δ حيث $\Delta = b^2 - 4ac$

إذا كان :	$\Delta \rangle 0$	$\Delta = 0$	$\Delta \langle 0$	Δ عدد مركب ليسا حقيقيا
فإن حلول المعادلة : هي	$Z_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ $Z_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$	$Z = \frac{-b}{2a}$	$Z_1 = \frac{-b+i\sqrt{-\Delta}}{2a}$ $Z_2 = \frac{-b-i\sqrt{-\Delta}}{2a}$	$Z_1 = \frac{-b+\delta_1}{2a}$ $Z_2 = \frac{-b+\delta_2}{2a}$ حيث δ_1 و δ_2 الجذور التربيعية لـ : Δ

تذكر جيدا: " أنك **(تستطيع النجاح)** في حياتك الدراسية ولو كان الناس جميعا يعتقدون أنك غير ناجح . ولكنك **(لن تنجح)** أبدا إذا كنت تعتقد في نفسك أنك غير ناجح".

الأستاذ : مباركي

